PARTIEL DE PHYSIQUE ATOMIQUE ET SUBATOMIQUE

Mardi 6 mars 2012 - Durée 1h30

TOUT DOCUMENT INTERDIT

DEPLACEMENT DU NIVEAU D'ENERGIE D'UN ATOME D'HYDROGENE SOUS L'ACTION DE CHAMPS ELECTRIQUE ET MAGNETIQUE

1. Un atome d'hydrogène est plongé dans un champ magnétique $\boldsymbol{B}$ uniforme, parallèle à l'axe Oz d'un repère associé à une base cartésienne.

   a. On s'intéressera aux niveaux d'énergie $n = 2$. Ces derniers sont susceptibles de se déplacer sous l'action du champ magnétique. Indiquer le nom de l'effet physique mis en jeu.

   b. On étudiera cet effet dans un cadre perturbatif d'ordre 1, en notant respectivement H_0 le Hamiltonien non perturbé de l'atome d'hydrogène et $V_B^{(1)}$ l'opérateur de perturbation pour lequel les *effets dus au spin de l'électron sont négligés*. Après avoir rappelé le cadre général de validité d'un traitement perturbatif, donner l'expression du moment magnétique orbital $\boldsymbol{M}$ de l'électron en fonction de $\gamma = \dfrac{e}{2m_e}$ et du moment cinétique orbital $\boldsymbol{L}$ (e charge élémentaire et m_e masse de l'électron), puis rappeler celle de l'opérateur $V_B^{(1)}$ en fonction de $\omega_L = \gamma B$ et de L_z, projeté du moment cinétique suivant Oz.

   c. La base la plus adaptée à la résolution du problème étant $|nlm_l\rangle$, rappeler les définitions des trois nombres quantiques de ce ket, ainsi que les règles de sélection qui les lient. Appliquer au cas $n = 2$.

   d. Après avoir justifié le fait que l'on ne considère que les éléments matriciels diagonaux, calculer les sous la forme $E_{2lm_l}^{(1)} = \langle 2lm_l | V_B^{(1)} | 2lm_l \rangle$ en fonction de $\hbar$ et de ω_L.

2. L'atome d'hydrogène est maintenant soumis à un champ électrique $\boldsymbol{E}$ uniforme, parallèle à l'axe Ox d'un repère associé à une base cartésienne. On s'intéressera aux mêmes niveaux d'énergie n que dans la partie précédente.

   a. Après avoir indiqué le nom de l'effet physique mis en jeu, rappeler l'expression du moment dipolaire électrique $\boldsymbol{p}$ de l'atome en fonction de la charge élémentaire e et du vecteur $\boldsymbol{r}$ séparant les 2 charges du dipôle. Rappeler également celle de l'opérateur $V_E^{(1)}$ en fonction de $\boldsymbol{p}$ et $\boldsymbol{E}$, puis en fonction de e, x et E. Exprimer la coordonnée x en coordonnées sphériques (r, θ, φ).

   b. On effectuera le calcul des éléments de matrice $E_{2l'm_{l'},\,2lm_l}^{(1)} = \langle 2l'm_{l'} | V_E^{(1)} | 2lm_l \rangle$ sur le sous-espace $n = 2$ en précisant tout d'abord la forme intégrale de $E_{2l'm_{l'},\,2lm_l}^{(1)}$. Montrer que seuls les éléments de matrice $\langle 211 | V_E^{(1)} | 200 \rangle = \langle 200 | V_E^{(1)} | 211 \rangle = \hbar\alpha$ et

$\langle 21-1|V_E^{(1)}|200\rangle = \langle 200|V_E^{(1)}|21-1\rangle = -\hbar\alpha$ sont non-nuls. On précisera la valeur de α en fonction ε_0 (permittivité du vide), $\hbar$ (constante de Planck réduite), E (module de $\boldsymbol{E}$), m_e et e. On rappelle :

- l'élément de matrice radial $\langle R_{n\,l}|r|R_{n\,l-1}\rangle = -\dfrac{6\pi\varepsilon_0\hbar^2}{m_e e^2} n\sqrt{n^2-l^2}$,
- les harmoniques sphériques $Y_0^0(\theta,\varphi) = \dfrac{1}{\sqrt{4\pi}}$ et $Y_1^{\pm 1}(\theta,\varphi) = \mp\sqrt{\dfrac{3}{8\pi}}\sin\theta\, e^{\pm i\varphi}$,
- l'intégrale $\int_0^\pi \sin^3\theta\, d\theta = \dfrac{4}{3}$.

3. On place enfin simultanément l'atome d'hydrogène dans les champs $\boldsymbol{B}$ et $\boldsymbol{E}$ caractérisés ci-dessus. La perturbation totale est maintenant $V_T^{(1)} = V_B^{(1)} + V_E^{(1)}$. En ayant préalablement classés les vecteurs d'état dans l'ordre suivant $|211\rangle, |210\rangle, |21-1\rangle$ *et* $|200\rangle$, donner la matrice $V_T^{(1)}$ dans le sous espace n = 2. Calculer les déplacements en énergie dus à $V_T^{(1)}$ obtenus après diagonalisation de la matrice.